

УДК 519.642

**А. С. Апарцин**, д-р физ.-мат. наук,  
**Е. В. Маркова**, канд. физ.-мат. наук,  
**И. В. Сидлер**, канд. техн. наук,  
**В. В. Труфанов**, д-р техн. наук

Институт систем энергетики  
имени Л.А. Мелентьева СО РАН, г. Иркутск, Россия

## О ПОИСКЕ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРАТЕГИИ РАЗВИТИЯ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ<sup>1</sup>

Рассмотрена векторная модель развития электроэнергетической системы, основанная на применении неклассического уравнения Вольтерры I рода. Модель учитывает принадлежность генерирующих мощностей к различным типам электростанций, а также их возрастной состав. На основе модели поставлена задача поиска оптимальных сроков службы генерирующих мощностей, соответствующих определенному экономическому критерию. Приводятся результаты расчетов на реальных данных для различных вариаций экономических показателей.

**Ключевые слова:** *срок службы, генерирующая мощность, оптимальное управление, уравнение Вольтерры I рода.*

**Введение.** В работах [1–4] на базе односекторного варианта модели В. М. Глушкова [5] рассмотрена задача определения долгосрочных стратегий развития электроэнергетической системы (ЭЭС) России, которая сводится к решению интегрального уравнения Вольтерры I рода. В работе [6] предложена новая интегральная модель развивающейся системы, в которой станции разделены на три возрастные группы, каждая из которых характеризуется некоторым коэффициентом эффективности. Элементы теории соответствующих уравнений Вольтерры I рода изложены в [7].

На базе модели из [6] в данной работе строится векторная модель ЭЭС России, в которой генерирующее оборудование делится на составляющие по видам топлива.

**Модель развития ЭЭС.** Пусть оборудование электростанций разделено на три типа: станции, работающие на органическом топливе (ТЭС), станции, работающие на ядерном топливе (АЭС) и гидроэлектростанции (ГЭС). Станции одного типа разделены на три возрастные группы. При этом в пределах одной возрастной группы эффективность использования оборудования  $\beta_{ij} = \text{const}$ ,  $1 \geq \beta_{i1} \geq \beta_{i2} \geq \beta_{i3} \geq 0$ ,  $i, j = \overline{1, 3}$ .

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 15-01-01425а.

Для математического описания модели введем в рассмотрение следующие функции:  $x(t) \equiv (x_1(t), x_2(t), x_3(t))$  — ввод электрических мощностей (по типам станций):  $x_1(t)$  соответствует ТЭС,  $x_2(t)$  — АЭС,  $x_3(t)$  — ГЭС, переменная  $t$  пробегает отрезок прогнозного периода  $[t_0, T] = [2016, 2050]$ ;  $\beta(t, s) \equiv (\beta_1(t, s), \beta_2(t, s), \beta_3(t, s))$  — коэффициенты интенсивности использования в момент  $t$  единицы мощности, введенной ранее в момент  $s$  (по типам станций);  $y(t)$  — экспертно задаваемая на перспективу суммарная располагаемая мощность ЭЭС;  $T_{ij}$  — верхняя возрастная граница  $j$ -ой группы станции  $i$ -го типа;  $x^0(t) \equiv (x_1^0(t), x_2^0(t), x_3^0(t))$  — известная динамика вводов мощностей на  $[0, t_0)$  (соответственно типам станций);  $\alpha(t)$  и  $\gamma(t)$  — заданные функции, описывающие изменение доли суммарных мощностей ТЭС и ГЭС соответственно в общем составе генерирующего оборудования.

Математическая модель развития ЭЭС представляет собой систему уравнений:

$$\sum_{i=1}^3 \left( \beta_{i1}(t) \int_{t-T_{i1}}^t x_i(s) ds + \beta_{i2}(t) \int_{t-T_{i2}}^{t-T_{i1}} x_i(s) ds + \beta_{i3}(t) \int_{t-T_{i3}}^{t-T_{i2}} x_i(s) ds \right) = y(t), \quad (1)$$

$$t \in [t_0, T],$$

$$\int_{t-T_{13}}^t x_1(s) ds = \alpha(t) \left( \int_{t-T_{13}}^t x_1(s) ds + \int_{t-T_{23}}^t x_2(s) ds + \int_{t-T_{33}}^t x_3(s) ds \right), \quad (2)$$

$$\int_{t-T_{33}}^t x_3(s) ds = \gamma(t) \left( \int_{t-T_{13}}^t x_1(s) ds + \int_{t-T_{23}}^t x_2(s) ds + \int_{t-T_{33}}^t x_3(s) ds \right), \quad (3)$$

$$x(t) = x^0(t), \quad t \in [0, t_0), \quad (4)$$

$$x(t) \geq 0. \quad (5)$$

В работе [6] на базе скалярной модели была поставлена задача прогноза развития ЭЭС России, которая заключается в определении стратегии ввода мощностей  $x(t)$  на перспективу до 2050 года с учетом выбывания устаревшего оборудования.

**Задача оптимизации.** В работе [8] для скалярной модели была поставлена задача оптимизации параметра  $T_3$  — момента вывода оборудования из эксплуатации — и приведены результаты ее решения на реальных данных с ограничением на ввод новых мощностей. В данной статье мы рассмотрим задачу оптимизации для векторного

случая, где  $T_3 \equiv (T_{13}, T_{23}, T_{33})$  — моменты вывода из эксплуатации оборудования соответствующего типа. Как и прежде, в качестве целевого примем функционал затрат

$$I(x(t), T_3(t)) = \sum_{j=1}^3 \int_{t_0}^T a^{t-t_0} \left\{ \sum_{i=1}^3 \int_{t-T_{ji}}^{t-T_{ji}-1} u_1^j(t-s) u_2^j(s) x_j(s) ds \right\} dt + \\ + \int_{t_0}^T a^{t-t_0} \sum_{i=1}^3 k_j(t) x_j(t) dt, \quad T_{j0} = 0, \quad (6)$$

где первое слагаемое — суммарные эксплуатационные затраты за прогнозный период, второе — суммарные затраты на ввод новых генерирующих мощностей.

В уравнении (6) считаются известными следующие функции:  $u_1^j(t-s)$  — коэффициенты увеличения в момент времени  $t$  затрат на эксплуатацию мощностей, введенных в момент  $s$  (соответственно типам станций);  $u_2^j(t)$  — удельные затраты на эксплуатацию мощности, введенной в момент  $t$ ;  $k_j(t)$  — затраты на ввод единицы мощности в момент  $t$ ;  $a^{t-t_0}$  — коэффициент дисконтирования затрат,  $0 < a < 1$ .

Управляющий параметр  $T_3$  принадлежит допустимому множеству

$$U = \left\{ T_3(t) \mid \underline{T}_3 \leq T_3(t) \leq \bar{T}_3, T_3'(t) \leq 1, t \in [t_0, T] \right\}.$$

Требуется найти

$$T_3^*(t) = \arg \min_{T_3(t) \in U} I(x(t), T_3(t)), \quad (7)$$

при выполнении условий (1)–(5).

Кроме того, в постановку (1)–(7) вводятся дополнительные ограничения на фазовую переменную

$$x(t) \leq \bar{x}(t), \quad t \in [t_0, T], \quad (8)$$

где  $\bar{x}(2016) = x^0(1980)$ ,  $\bar{x}(2050) = 3 \cdot x^0(1980)$ .

Для решения задачи оптимального управления применялся эвристический алгоритм, основанный на дискретизации всех элементов задачи на сетке с шагом  $h = 1$  (год) и замене допустимого множества  $U$  на множество  $U_h$  кусочно-постоянных функций, а прогнозные значения экономических показателей задавались, исходя из экспертной оценки. Численная схема, построенная с применением квадратуры правых прямоугольников для аппроксимации интегралов в (1)–(5), предполагает решение системы линейных алгебраических уравнений на каждом временном шаге.

**Численные расчеты.** Проведем численные расчеты для решения задачи (1)–(8) на реальных данных для различных вариаций экономических показателей. За начало моделирования принят 1950 год. Заданы прогнозный промежуток  $[t_0, T] = [2016, 2050]$ , верхние возрастные границы групп:  $T_{i1} = 30$ ,  $T_{i2} = 50$ ,  $T_{i3} = 60$  и коэффициенты эффективности  $\beta_{i1} = 1$ ,  $\beta_{i2} = 0,97$ ,  $\beta_{i3} = 0,9$ ,  $i = \overline{1,3}$ . Используя известные данные на предыстории  $x^0(t)$ , найдем доли мощностей ТЭС и ГЭС —  $\alpha(2015) = 0,69$ ,  $\gamma(2015) = 0,19$ . Будем считать  $\alpha$  и  $\gamma$  постоянными на всем прогнозном периоде.

В качестве энергетической стратегии рассмотрим два различных сценария энергопотребления: оптимистический, предусматривающий высокий уровень потребления электроэнергии (увеличение правой части (1) с темпом роста 2 % в год), и пониженный сценарий, с низким уровнем энергопотребления (темп роста 0,5 %). Вторым аспектом наших исследований является влияние на оптимальное решение изменений удельных затрат на эксплуатацию с увеличением срока жизни оборудования. В частности, исследовалось влияние коэффициента  $u_1^1(t-s)$ : увеличение затрат на эксплуатацию мощностей ТЭС на 1 % и 3 % в год после 45 лет службы (при этом  $u_1^2(t-s)$  и  $u_1^3(t-s)$  зафиксированы, рост затрат 10 % и 3 % соответственно).

Для каждого из четырех сценариев развития решалась задача определения оптимальных сроков службы (1)–(8). Проводилась оптимизация сроков службы оборудования ТЭС и АЭС при допущении, что на прогнозном периоде оборудование ГЭС не выводится из эксплуатации. В качестве базового варианта принят следующий: в 2015 г.  $T_{13} = 60$ ,  $T_{23} = 47$ ,  $T_{33} = 66$ , к 2050 г.  $T_{13} = 60$ ,  $T_{23} = 60$ ,  $T_{33} = 101$  (срок службы увеличивается на 1 за год). Полагаем, что решение принадлежит классу кусочно-линейных функций, а именно, переходим на новый постоянный срок службы с учетом ограничений на вводы (8). Полученные результаты приведены в таблице.

Таблица

*Оптимальные сроки жизни оборудования ТЭС, лет*

$y(t) \backslash u_1^1$	1 %	3 %
0,5 %	4,86 % <b>95</b>	3,27 % <b>49*</b>
2 %	3,54 % <b>95</b>	2,18 % <b>53*</b>

Жирным выделены полученные оптимальные сроки службы, знак «\*» обозначает, что переход на этот постоянный срок был постепенным,

с учетом (8). Полученные оптимальные сроки жизни для АЭС для каждого сценария предполагают переход с 47 на 50 лет. Рядом со сроками жизни приведен выигрыш относительно базового варианта.

Оптимальная стратегия, ограничение на вводы и соответствующая динамика перехода  $T_{13}^*(t)$  от 60 к 53 и  $T_{23}^*(t)$  от 47 к 50 годам для оптимистического варианта и 3 % роста эксплуатационных затрат показаны на рис. 1.

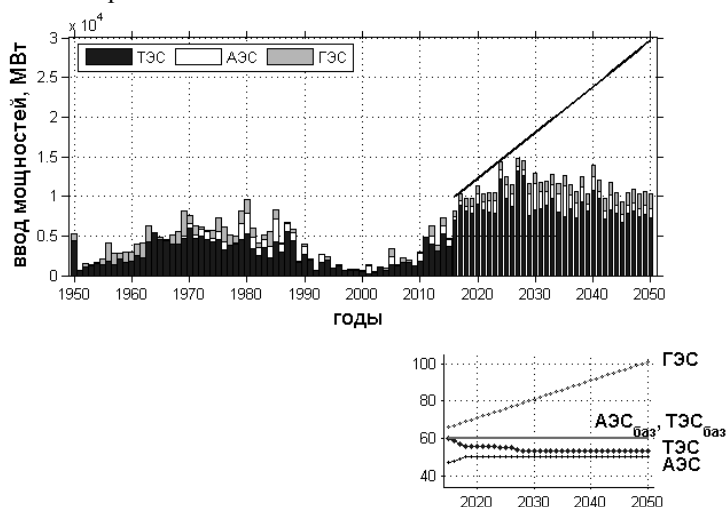


Рис. 1. Оптимальное решение  $T_3^*(t)$  и соответствующая динамика ввода мощностей

Средний возраст генерирующих мощностей для соответствующей оптимальной стратегии показан на рис. 2.

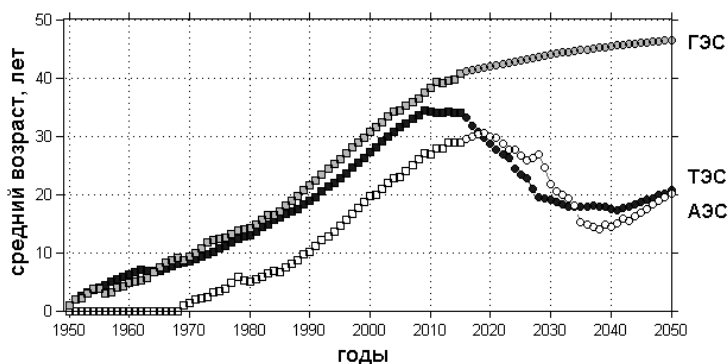


Рис. 2. Средний возраст генерирующих мощностей для оптимальной стратегии

**Выводы.** Рассмотрена векторная модель развития электроэнергетических систем, основанная на применении неклассического уравнения Вольтерры I рода. На основе этой модели поставлена задача поиска оптимальных сроков службы генерирующих мощностей, обеспечивающих заданную потребность в электроэнергии при минимуме суммарных затрат на ввод и эксплуатацию генерирующих мощностей. Приведены результаты расчетов на реальных данных для различных вариаций экономических показателей.

### Список использованной литературы:

1. Апарцин А. С., Караулова И. В., Маркова Е. В., Труфанов В. В. Применение интегральных уравнений Вольтерра для моделирования стратегий технического перевооружения электроэнергетики. *Электричество*. 2005. № 10. С. 69–75.
2. Иванов Д. В., Караулова И. В., Маркова Е. В., Труфанов В. В. и др. Численное решение задачи управления развитием электроэнергетической системы. *Автоматика и телемеханика*. 2004. № 3. С. 125–136.
3. Маркова Е. В., Сидлер И. В., Труфанов В. В. О моделях развивающихся систем типа Глушкова и их приложениях в электроэнергетике. *Автоматика и телемеханика*. 2011. № 7. С. 20–28.
4. Markova E. V., Sidler I. V., Trufanov V. V. Integral Models of Developing Electric Power Systems. *International Journal of Energy Optimization and Engineering*. 2013. Vol. 2. Issue 4. P. 44–58.
5. Глушков В. М. Об одном классе динамических макроэкономических моделей. *Управляющие системы и машины*. 1977. № 2. С. 3–6.
6. Апарцин А. С., Сидлер И. В. Применение неклассических уравнений Вольтерра I рода для моделирования развивающихся систем. *Автоматика и телемеханика*. 2013. № 6. С. 3–16.
7. Apartsyn A. S. On Some Classes of Linear Volterra Integral Equations. *Abstract and Applied Analysis*. 2014. Vol. 2014. Article ID 532409.
8. Апарцин А. С., Маркова Е. В., Сидлер И. В., Труфанов В. В. Об управлении возрастной структурой в интегральной модели ЭЭС России. *Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки*. 2015. Вып. 5. С. 1006–1009.

We consider the vector model of the development of electric power systems based on the using the non-classical Volterra equation of the first kind. The model takes into account age structure of generating capacities belonging to the different types of power plants. Based on the model the problem to search for optimal service life of generating capacity is formulated. The results of calculations on real data for different variations of economic indicators.

**Key words:** *lifetime, generating capacity, optimal control, Volterra equations of the first kind.*

Одержано 05.03.2017